MOUVEMENT D'UN SYSTEME
LOIS DE NEWTON

2 Déterminer les coordonnées d'un vecteur vitesse (1)

| Effectuer des calculs.

Les coordonnées du vecteur position d'un point matériel M dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ lié au référentiel d'étude sont données ci-dessous :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=-a\times t+b\\ y=0\end{cases}$$

avec a et b constants.

• Déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse de M.

2 Déterminer les coordonnées d'un vecteur vitesse (1)

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases}x=-a\times t+b\\ y=0\end{cases}.$$

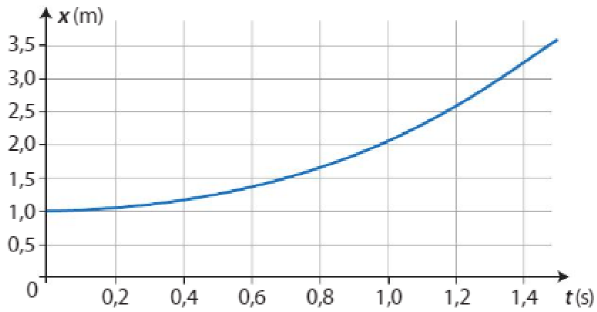
Le vecteur vitesse de M à la date t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps : $\vec{v}=\dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$.

Il vient $\vec{v}\begin{cases}v_x=\dfrac{dx}{dt}=-a\\ v_y=\dfrac{dy}{dt}=0\end{cases}$

3 Déterminer les coordonnées d'un vecteur vitesse (2)

| Exploiter un graphique.

On donne l'évolution de la position d'un point matériel P qui se déplace suivant un axe horizontal Ox, dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ lié au référentiel d'étude.



1. Rappeler l'interprétation graphique d'un nombre dérivé en mathématiques.

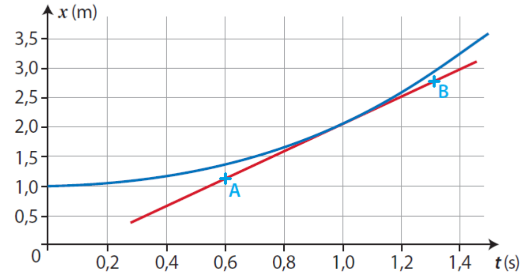
2. Déterminer alors la valeur de la vitesse de P à la date $t=1{,}0$ s.

3 Déterminer les coordonnées d'un vecteur vitesse (2)

1. En mathématiques, le nombre dérivé d'une fonction à une date donnée t correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de cette fonction à la date t.

2. Par définition $v_x=\dfrac{dx}{dt}$, c'est donc le nombre dérivé.

On détermine v_x en calculant le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de la fonction $x=f(t)$ à l'instant considéré.



Pour déterminer ce coefficient directeur, on relève les coordonnées de deux points A et B de la tangente à la courbe en $t=1{,}0$ s : A(0,6 s ; 1,1 m) et B(1,3 s ; 2,8 m) ;

d'où $v_x=\dfrac{x_B-x_A}{t_B-t_A}=\dfrac{2{,}8\text{ m}-1{,}1\text{ m}}{1{,}3\text{ s}-0{,}6\text{ s}}=2{,}4\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

La valeur du vecteur vitesse à la date $t=1{,}0$ s est donc $v=\sqrt{v_x^2}$ soit $v=2{,}4\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

4 Déterminer les coordonnées d'un vecteur accélération (1)

| Effectuer des calculs.

Une bille assimilée à un point B est lancée verticalement à un instant $t=0$ s. Ses positions sont repérées dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre par :

$$\overrightarrow{OB}\begin{cases}x=0\\ y=-4{,}9t^2+4{,}0t+1{,}5\end{cases}$$ avec x et y en mètre, et t en seconde.

• Établir l'expression des coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse puis du vecteur accélération de la bille.

4 Déterminer les coordonnées d'un vecteur accélération (1)

Le vecteur vitesse de B à la date t est la dérivée du vecteur position par rapport au temps : $\vec{v}=\dfrac{d\overrightarrow{OB}}{dt}$.

Il vient : $\vec{v}\begin{cases}v_x=\dfrac{dx}{dt}=0\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\\ v_y=\dfrac{dy}{dt}=-4{,}9\times 2t^1+4{,}0=-9{,}8t+4{,}0\end{cases}$

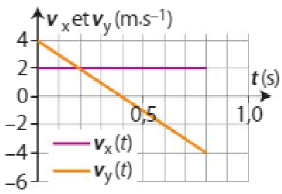
Le vecteur accélération de B à la date t est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

Il vient $\vec{a}\begin{cases}a_x=\dfrac{dv_x}{dt}=0\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\\ a_y=\dfrac{dv_y}{dt}=-9{,}8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}\end{cases}$

5 Déterminer les coordonnées d'un vecteur accélération (2)

| Exploiter un graphique.

Une bille est lancée dans le plan vertical $(O\,;x,y)$ associé à un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ lié à un référentiel terrestre (voir graphique ci-contre).



1. Déterminer l'expression des coordonnées cartésiennes v_x et v_y du vecteur vitesse.

2. Établir l'expression des coordonnées cartésiennes a_x et a_y du vecteur accélération.

5 Déterminer les coordonnées d'un vecteur accélération (2)

1. On détermine graphiquement les coordonnées du vecteur vitesse de la bille assimilée à un point matériel :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \\ v_y = -10t + 4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} \end{cases}$$

2. Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

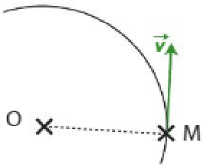
Il vient $\vec{a}\begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \end{cases}$

6 Étudier un mouvement circulaire

CORRIGÉ

| Faire un schéma adapté.

Un point matériel M décrit un mouvement circulaire uniforme autour d'un point O.



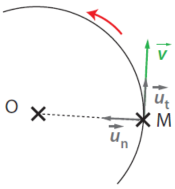
1. Reproduire le schéma, puis définir et représenter le repère de Frenet lié à M.

2. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ de M dans ce repère. Utiliser le réflexe 2

6 Étudier un mouvement circulaire

CORRIGÉ

1. Le repère de Frenet est défini par :
– une origine mobile liée au point M étudié ;
– un vecteur unitaire $\vec{u}_n$ perpendiculaire en M à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de la trajectoire ;
– un vecteur unitaire $\vec{u}_t$ tangent en M à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.

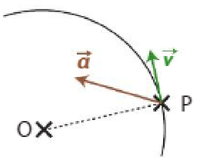


2. Dans le repère de Frenet défini en M, le vecteur accélération a pour expression : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_n + \dfrac{dv}{dt}\vec{u}_t$.

7 Exploiter la représentation d'un vecteur accélération

| Exploiter un schéma.

On a représenté sur le schéma ci-contre le vecteur accélération $\vec{a}$ d'un point matériel P qui se déplace suivant une trajectoire circulaire autour d'un point O.

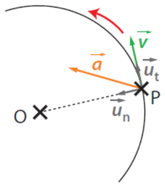


1. a. Définir et représenter le repère de Frenet lié à P.
b. Exprimer les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}$ de P dans ce repère.

2. Le mouvement de P est-il uniforme ?

7 Exploiter la représentation d'un vecteur accélération

1. a. Le repère de Frenet est défini par :
– une origine mobile liée au point P ;
– un vecteur unitaire $\vec{u}_n$ perpendiculaire en P à la trajectoire et orienté vers l'intérieur de la trajectoire ;
– un vecteur unitaire $\vec{u}_t$ tangent en P à la trajectoire et orienté dans le sens du mouvement.



b. Dans le repère de Frenet défini en P, le vecteur accélération a pour expression : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{R}\vec{u}_n + \dfrac{dv}{dt}\vec{u}_t$.

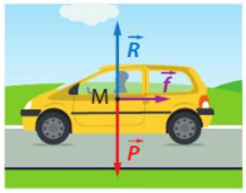
2. Le mouvement du point P est uniforme si $\dfrac{dv}{dt} = 0$. Cela est vérifié si la coordonnée du vecteur accélération suivant $\vec{u}_t$ est nulle, l'accélération est alors suivant $\vec{u}_n$.
Ici, le mouvement n'est pas uniforme car le vecteur accélération n'est pas « normal » à la trajectoire, c'est-à-dire il est non colinéaire à $\vec{u}_n$.

12 Appliquer la deuxième loi de Newton (1)

CORRIGÉ

| Utiliser un modèle pour prévoir.

Une voiture de masse $m = 900$ kg se déplace moteur arrêté sur une route horizontale. Elle ralentit sous l'effet des forces de frottements exercées par l'air et par la route sur les pneus.



Toutes les forces qui s'appliquent sur la voiture sont représentées en son centre de masse M sans souci d'échelle. Le poids $\vec{P}$ du véhicule et la réaction $\vec{R}$ de la route sur les pneus se compensent. La valeur de la force de frottement est $f = 300$ N.

1. Énoncer la deuxième loi de Newton.

2. Exploiter cette loi pour déterminer les caractéristiques du vecteur accélération de M. Utiliser le réflexe 3

12 Appliquer la deuxième loi de Newton (1)

CORRIGÉ

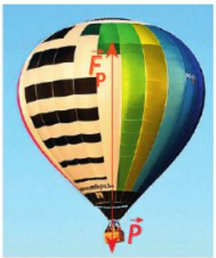
1. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {voiture} dans un référentiel terreste supposé galiléen : $\sum\vec{F} = m\vec{a}_M$.

2. Le système $\{$voiture$\}$ est soumis à son poids $\vec{P}$, à la réaction de la route sur les pneus $\vec{R}$ et à la force de frottement $\vec{f}$.
Le poids et la réaction de la route sur les pneus se compensent : $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$.
La deuxième loi de Newton appliquée au système se ramène donc à $\vec{f} = m\vec{a}_M$ et donc $\vec{a}_M = \dfrac{\vec{f}}{m}$.

$\vec{a}_M$
- direction : celle de $\vec{f}$
- sens : celui de $\vec{f}$ (opposé au sens du déplacement de la voiture)
- valeur : $a_M = \dfrac{f}{m} = 0{,}333 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

13 Appliquer la deuxième loi de Newton (2)

| Utiliser un modèle pour décrire.



Une montgolfière et l'air qu'elle contient (masse $m = 1{,}20 \times 10^3$ kg) sont animés d'un mouvement vertical uniformément accéléré vers le haut. La valeur de l'accélération est $a = 0{,}20\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

La montgolfière est soumise à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$ exercée par l'air extérieur. On néglige les forces de frottement devant les autres forces. Les forces sont représentées sans souci d'échelle au centre de masse du système sur la photo ci-dessus.

1. Déterminer les caractéristiques de la somme des forces $\Sigma\vec{F}$ appliquées au système.

2. En déduire la valeur F_p de la poussée d'Archimède.

Donnée

Intensité de la pesanteur : $g = 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

13 Appliquer la deuxième loi de Newton (2)

1. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {montgolfière} dans un référentiel terrestre supposé galiléen : $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$.

Comme le mouvement est vertical uniformément accéléré, le vecteur accélération a même direction et même sens que celui du mouvement. Il est donc vertical vers le haut.

Il vient donc que le vecteur $\Sigma\vec{F}$ est vertical et orienté vers le haut.

2. Le système {montgolfière} est soumis à son poids $\vec{P}$ et à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$.

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}_G$ s'écrit $\vec{P} + \vec{F}_p = m \times \vec{a}_G$.

Par projection des vecteurs sur un axe vertical ascendant, on obtient $-P + F_p = m \times a_G$. On en déduit :

$F_p = m \times a_G + P$ soit $F_p = m \times a_G + m \times g$

c'est-à-dire $F_p = m \times (a_G + g)$.

Application numérique :

$F_p = 1{,}20 \times 10^3\ \text{kg} \times (0{,}20 + 10)\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$

$F_p = 1{,}2 \times 10^4\ \text{N}$.

15 Ion acceleration

| Pratiquer une langue vivante étrangère.

> Orsay's Linear Accelerator

The highly energetic ion beams are used in material physics and radiobiology to study the influence of this radiation on matter and life.

An Al^{3+} ion enters a linear accelerator which maintains a voltage $U = 1\ 000$ V between its electrodes. The distance between the electrodes is $d = 20$ cm. The ion is subjected to an electrostatic force of value $F = \dfrac{|q| \times U}{d}$.

1. Calculate F.

2. Check that the weight of the ion is negligible compared to the value F.

3. Determine the value of the ion acceleration.

Data

- Elementary charge: $e = 1.60 \times 10^{-19}$ C.
- Mass of ion $A\ell^{3+}$: $m = 4.48 \times 10^{-26}$ kg.
- $g = 9.81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

15 Ion acceleration

Traduction : Accélération d'un ion

Les faisceaux d'ions hautement énergétiques sont utilisés en physique des matériaux et en radiobiologie pour étudier l'influence de ce rayonnement sur la matière et la vie.

Un ion $A\ell^{3+}$ pénètre dans un accélérateur linéaire qui maintient entre ses électrodes une tension $U = 1\ 000$ V.

La distance entre les électrodes est $d = 20$ cm.

Il est soumis à une force électrostatique de valeur : $F = \dfrac{|q| \times U}{d}$.

1. Calculer F.

2. Vérifier que le poids de l'ion est négligeable devant la valeur F.

3. Déterminer la valeur de l'accélération de l'ion.

Réponses

1. La valeur de la force électrostatique est :

$F = \dfrac{3e \times U}{d}$ soit $F = \dfrac{3 \times 1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C} \times 1\ 000\ \text{V}}{20 \times 10^{-2}\ \text{m}}$.

$F = 2{,}4 \times 10^{-15}$ N.

2. La valeur du poids est $P = m \times g$.

Soit $P = 4{,}48 \times 10^{-26}\ \text{kg} \times 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$P = 4{,}39 \times 10^{-25}$ N

$\dfrac{F}{P} = \dfrac{2{,}4 \times 10^{-15}\ \text{N}}{4{,}39 \times 10^{-25}\ \text{N}} = 5{,}5 \times 10^9$.

$F \gg P$, donc P est négligeable devant F.

3. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {ion} dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$.

Cela conduit à $\vec{F} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}}{m}$.

La valeur de $\vec{a}$ est donc $a = \dfrac{F}{m}$.

$a = \dfrac{2{,}4 \times 10^{-15}\ \text{N}}{4{,}48 \times 10^{-26}\ \text{kg}}$ soit $a = 5{,}4 \times 10^{10}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

17 Saut au-dessus du canal de Corinthe

| Mobiliser et organiser ses connaissances ; exploiter des informations.

En avril 2010, le pilote de moto Robbie MADDISON a pris son élan pour franchir le canal de Corinthe.

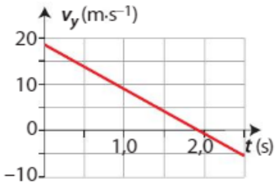
Le mouvement du centre de masse G du système {R. MADDISON et sa moto} est étudié dans un référentiel terrestre supposé galiléen. À l'instant $t = 0$ s, il se trouve à l'origine du repère et quitte le tremplin. Son vecteur vitesse $\vec{v}_0$ fait un angle $\alpha = 33°$ avec l'axe horizontal et a pour valeur $125\ \text{km}\cdot\text{h}^{-1}$.

1. a. Utiliser la chronophotographie ci-dessous pour montrer que le mouvement suivant l'axe (Ox) est uniforme.

b. Montrer que si le poids est la seule force qui s'applique sur le système, le vecteur accélération est vertical.

c. Vérifier que les réponses aux deux questions précédentes sont cohérentes entre elles.

2. a. En utilisant l'allure de la courbe ci-contre, justifier que le mouvement suivant l'axe vertical est uniformément varié.



b. Quelle position particulière de la trajectoire est occupée par G à la date pour laquelle $v_y = 0$? Quelle est alors la valeur de la vitesse ?

17 Saut au-dessus du canal de Corinthe

1. a. On projette sur l'axe (Ox) la position du centre de masse G du système étudié.

Les espaces parcourus horizontalement entre deux positions consécutives de G sont quasiment égaux.
Le mouvement de G suivant l'axe (Ox) est uniforme.

b. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$.

Si la seule force appliquée au système est le poids $\vec{P}$, il vient $\vec{P} = m\vec{a}_G$. $\vec{P}$ et $\vec{a}_G$ sont donc colinéaires et de même sens. Le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est donc vertical.

c. Si le vecteur accélération $\vec{a}_G$ est vertical, sa coordonnée horizontale est nulle, et donc le mouvement horizontal s'effectue à vitesse de valeur constante : il est uniforme suivant l'axe (Ox). Les réponses aux questions **a.** et **b.** sont donc cohérentes entre elles.

2. a. La coordonnée verticale de la vitesse v_y est une fonction affine du temps, de la forme : $v_y(t) = a \times t + b$.

La coordonnée verticale $a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$ s'identifie au coefficient directeur de la droite, soit, graphiquement, de l'ordre de 10 m·s⁻² ; ainsi, $a_y = g$ = constante. Le mouvement vertical de G est uniformément accéléré.

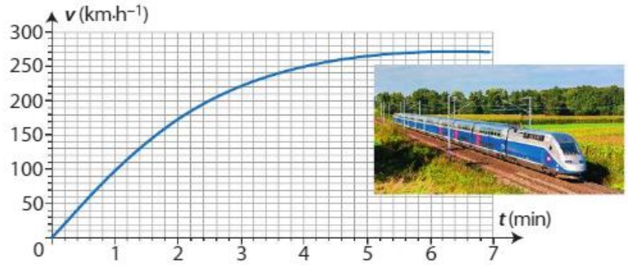
b. Lorsque la valeur de la vitesse verticale est nulle ($v_y = 0$ m·s⁻¹), la seule coordonnée de la vitesse qui demeure est v_x. Le vecteur vitesse $\vec{v}$ est horizontal ; il est tangent à la trajectoire à l'instant considéré qui est par conséquent le sommet de la parabole. On a alors :

$v = \sqrt{(v_x)^2} = |v_x|$ soit $v = v_0 \times \cos\alpha$;
$v = 125 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1} \times \cos(33°) = 105 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

18 Accélération d'un TGV

| Exploiter un graphique.

L'étude du mouvement du centre de masse G d'une rame de TGV se déplaçant en ligne droite donne les résultats suivants :



1. Expliquer comment déterminer graphiquement la valeur a_G de l'accélération.

2. Comment la valeur de l'accélération évolue-t-elle au cours du temps ?

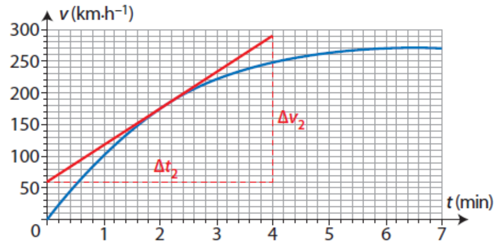
3. Caractériser le vecteur accélération à $t = 2$ min, instant de la photographie.

18 Accélération d'un TGV

1. Pour déterminer graphiquement la valeur a_G de l'accélération, il faut déterminer les coefficients directeurs des tangentes à la courbe aux dates considérées.

2. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe diminue au cours du temps ; la valeur de l'accélération diminue au cours du temps.

3.



À chaque instant, le coefficient directeur de la tangente à la droite est donné par le rapport $\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$.

À $t_2 = 2$ min, $a_2 = \dfrac{\Delta v_2}{\Delta t_2}$ soit $a_2 = \dfrac{\dfrac{230 \times 10^3}{3\,600} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}{240 \text{ s}}$.

$a_2 = 2{,}66 \times 10^{-1} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

À la date $t = 2$ min, le vecteur accélération a pour caractéristiques :
– direction : la droite (voir la photographie) suivant laquelle se déplace la rame ;
– sens : le même que celui de $\vec{v}$ car le mouvement de la rame est accéléré.
– valeur : $a_2 = 2{,}66 \times 10^{-1} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

20 Le curling

| Extraire et organiser l'information ; effectuer des calculs.

Une pierre de curling initialement immobile de masse $m = 18$ kg est poussée par une joueuse qui exerce sur elle une force parallèle au sol, de valeur constante F pendant la durée $\Delta t_1 = 4{,}0$ s (phase 1).

La pierre est ensuite lâchée et glisse sur la glace à vitesse constante. Elle parcourt la distance $d = 20$ m en une durée $\Delta t_2 = 10$ s (phase 2).
On néglige les frottements de l'air et de la glace sur la pierre de centre de masse G lors de son mouvement.

1. Représenter les forces exercées sur la pierre durant les deux phases du mouvement et sans souci d'échelle.

2. Calculer la valeur v_G de la vitesse lors de la phase 2.

3. En déduire la valeur a_G constante de l'accélération de la pierre lors de la première phase.

4. Calculer la valeur F de la force exercée par la joueuse sur la pierre lors de la phase de lancer.

20 Le curling

1. Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, les forces appliquées au centre de masse G du système {pierre de curling} sont :

- **Phase 1 :**
  - son poids $\vec{P}$;
  - la réaction normale $\vec{R}$ de la piste ;
  - la force $\vec{F}$ exercée par la joueuse.

- **Phase 2 :**
  - son poids $\vec{P}$;
  - la réaction normale $\vec{R}$ de la piste.

2. Lors de la phase 2, le système se déplace avec une vitesse de valeur constante. La valeur de la vitesse de son centre de masse est donc donnée par la relation $v_G = \dfrac{d}{\Delta t_2}$ soit $v_G = \dfrac{20 \text{ m}}{10 \text{ s}}$.
La valeur v_G de la vitesse du centre de masse G du système lors de la phase 2 est 2,0 m·s⁻¹.

3. La valeur de l'accélération reste constante sur la phase 1, donc $a_G = \dfrac{\Delta v_G}{\Delta t_1}$.
La valeur v_G de la vitesse de la pierre de curling en fin phase 1 est égale à celle de sa vitesse en phase 2, soit 2,0 m·s⁻¹.
Ainsi $a_G = \dfrac{(2{,}0 - 0) \text{ m·s}^{-1}}{4{,}0 \text{ s}}$.
La valeur a_G de l'accélération du centre de masse G du système lors de la phase 1 est 0,50 m·s⁻².

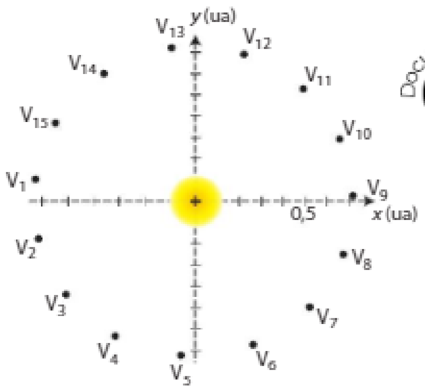
4. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {pierre de curling} dans un référentiel terrestre supposé galiléen lors de la phase 1 : $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$.
$\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}_G$. Le poids $\vec{P}$ et la réaction $\vec{R}$ se compensent, donc $\vec{P} + \vec{R} = \vec{0}$ d'où $\vec{F} = m\vec{a}_G$.
La projection des vecteurs sur un axe horizontal orienté dans le sens du mouvement du système conduit donc à $F = m \times a_G$.
$F = 18 \text{ kg} \times 0{,}50 \text{ m·s}^{-2}$.
La valeur F de la force exercée par la joueuse sur la pierre lors de la phase de lancer est 9,0 N.

21 Le mouvement de Vénus

Effectuer des calculs ; construire des vecteurs ; interpréter des observations.

Vénus, deuxième des huit planètes du Système solaire en partant du Soleil, est la sixième par masse ou par taille décroissante. La distance Vénus-Soleil est voisine de 0,72 ua. Sa trajectoire autour du Soleil est quasiment circulaire.

Le site de l'Institut de mécanique céleste et de calcul des éphémérides permet d'obtenir, pour une durée au choix, la trajectoire de Vénus dans un référentiel donné. Ci-dessous sont représentées les positions de Vénus tous les 15 jours entre le 1er septembre 2019 (V_1) et le 29 mars 2020 (V_{15}).



Document PDF

1. a. Dans quel référentiel le mouvement de Vénus est-il étudié ?
b. Utiliser le schéma fourni pour vérifier la cohérence entre les informations extraites du pointage et celles du texte.

2. On suppose que la vitesse de Vénus autour du Soleil a une valeur constante $v = 34$ km·s⁻¹.
a. Construire en V_2 et en V_3 les vecteurs vitesse $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ en précisant l'échelle utilisée.
b. Construire en V_3 le vecteur accélération $\vec{a}_3$ de Vénus en précisant l'échelle utilisée.
c. Indiquer les caractéristiques (direction, sens et valeur) de ce vecteur.

3. a. Exprimer la force gravitationnelle $\vec{F}$ exercée par le Soleil sur Vénus.
b. Par application de la deuxième loi de Newton, exprimer le vecteur accélération $\vec{a}$ et calculer sa valeur.
c. Vérifier alors le caractère galiléen du référentiel.

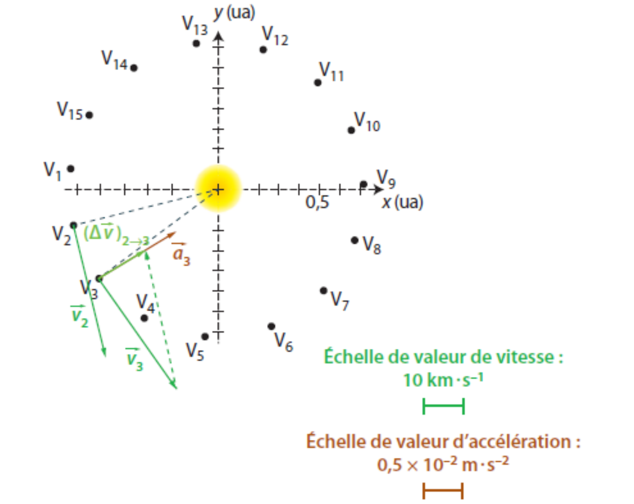
Données
- 1 ua = $1{,}5 \times 10^{11}$ m.
- Masse de Vénus : $m_V = 4{,}9 \times 10^{24}$ kg.
- Masse du Soleil : $m_S = 2{,}0 \times 10^{30}$ kg.
- Constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ N·m²·kg⁻²

21 Le mouvement de Vénus

1. a. Le mouvement de Vénus est étudié dans le référentiel héliocentrique, supposé galiléen.
b. L'orbite est quasi circulaire comme on peut le constater en traçant un cercle depuis le centre attracteur (Soleil), origine du repère.
Graphiquement, on vérifie bien que $R \approx 0{,}72$ ua.

2. a. Les vecteurs vitesse $\vec{v}_2$ et $\vec{v}_3$ sont tangents à la trajectoire, dirigés dans le sens du mouvement et de valeur $v_2 = v_3 = 34$ km·s⁻¹. On les représente par des segments fléchés 3,4 fois plus longs que le segment d'échelle des valeurs de vitesse.

b. On construit en V_3 le vecteur variation de vitesse $\left(\Delta\vec{v}\right)_{2\to3}$:
– on reporte le vecteur $-\vec{v}_2$ à l'extrémité de $\vec{v}_3$;
– on construit le vecteur qui a pour origine V_3 et pour extrémité $-\vec{v}_2$.



Sur la construction et en tenant compte de l'échelle, on mesure $(\Delta v)_{2\to3} = 14\ \text{km}\cdot\text{s}^{-1}$.

La valeur de $\vec{a}_3$ est donnée par $a_3 = \dfrac{(\Delta v)_{2\to3}}{\Delta t}$.

$a_3 = \dfrac{14\times10^3\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{15\times24\times3600\ \text{s}}$ soit $a_3 = 1{,}1\times10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

On représente ce vecteur par un segment fléché 2,2 fois plus long que le segment d'échelle des valeurs d'accélération.

c. Le vecteur accélération $\vec{a}_3$ a même direction et même sens que le vecteur variation de vitesse $\left(\Delta\vec{v}\right)_{2\to3}$ et pour valeur : $a_3 = 1{,}1\times10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Remarques

• Le vecteur accélération est pratiquement orienté vers le centre de la trajectoire. L'écart provient de l'approximation dans le calcul de l'accélération en V_3 qui est en fait une accélération moyenne entre V_2 et V_3.

• Le mouvement de Vénus autour du Soleil étant presque circulaire uniforme, le vecteur accélération de Vénus n'a qu'une composante normale dans un repère de Frenet défini en chaque position. Sa valeur en V_3 est donc donnée par la relation $a_3 = \dfrac{v_3^2}{R}$. On retrouve $a_3 = 1{,}1\times10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Il y a accord avec la détermination graphique.

3. a. La force gravitationnelle exercée par le Soleil sur Vénus a pour expression : $\vec{F} = G\times\dfrac{m_S\times m_V}{R^2}\vec{u}_{V\to S}$ où $\vec{u}_{V\to S}$ est un vecteur unitaire dirigé suivant la droite (VS) et orienté vers le centre du Soleil.

b. D'après la deuxième loi de Newton appliquée à Vénus dans le référentiel héliocentrique supposé galiléen $\sum\vec{F} = m_V\vec{a}$.

En admettant que la force gravitationnelle exercée par le Soleil est la seule force qui s'exerce sur Vénus, il vient :

$G\times\dfrac{m_S\times m_V}{R^2}\vec{u}_{V\to S} = m_V\vec{a}$, soit $\vec{a} = G\times\dfrac{m_S}{R^2}\vec{u}_{V\to S}$.

La valeur de l'accélération est $a = G\times\dfrac{m_S}{R^2}$.

$$a = 6{,}67\times10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}\times\frac{2{,}0\times10^{30}\ \text{kg}}{\left(0{,}72\times1{,}5\times10^{11}\ \text{m}\right)^2}$$

$a = 1{,}1\times10^{-2}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

c. La valeur obtenue par construction est en accord avec celle déterminée à partir de la deuxième loi de Newton. Ainsi, la deuxième loi de Newton est vérifiée, le référentiel d'étude peut donc être considéré comme galiléen.

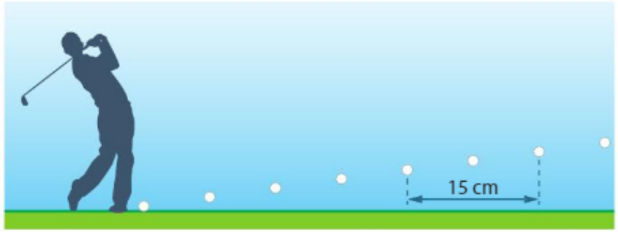
23 À chacun son rythme

Vol d'une balle de golf

Mobiliser et organiser ses connaissances ; rédiger une explication.

Commencer par résoudre l'énoncé compact. En cas de difficultés, passer à l'énoncé détaillé.

Le swing d'un joueur de golf expérimenté permet d'envoyer une balle à une distance voisine de 250 m. Les huit premières positions d'une balle de golf sont pointées ci-dessous toutes les 1,0 ms.



L'étude du mouvement de la balle dans un repère cartésien (O ; x, y) montre qu'elle touche le sol à une distance $D = \dfrac{v_0^2\times\sin2\theta}{a}$ de O, appelée « portée du swing ». Dans cette relation, θ est l'angle entre le sol horizontal et le vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ de la balle ; a est la valeur constante de son accélération.

Lorsque le golfeur imprime à la balle un mouvement de rotation arrière, appelé *backspin*, la balle se met en rotation à grande vitesse et est alors soumise à une force verticale $\vec{F}$ considérée comme constante, orientée vers le haut.

Énoncé compact

Vérifier que la portée du swing correspond à la distance annoncée dans le texte introductif.

Énoncé détaillé

1. Déterminer, à l'aide du pointage, la valeur de la vitesse initiale $\vec{v}_0$ de la balle.

2. Établir l'inventaire des forces qui s'exercent sur la balle lors de son mouvement.

3. Par application de la deuxième loi de Newton, déterminer la valeur a de l'accélération de la balle.

4. Vérifier que la portée du swing correspond à la distance annoncée dans le texte introductif.

Données

- Masse de la balle : $m = 46$ g.
- Valeur de la force $\vec{F}$: $F = 5{,}0\times10^{-2}$ N.
- $\theta = 11°$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

23 À chacun son rythme

Vol d'une balle de golf

1. Le mouvement de la balle semble être rectiligne et uniforme sur cette première partie de sa trajectoire.

On en déduit que $v_0 = \dfrac{M_1M_8}{7\Delta t}$.

Avec l'échelle indiquée sur la figure, on détermine :

$v_0 = \dfrac{0{,}53\ \text{m}}{7{,}0\times10^{-3}\ \text{s}} = 76\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

La balle a une vitesse initiale de valeur égale à $76\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2. Deux forces agissent sur la balle :
– le poids $\vec{P}$ (force verticale orientée vers le bas) ;
– une force aérodynamique $\vec{F}$ liée à l'effet « backspin » (force verticale orientée vers le haut).
3. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système {balle} dans un référentiel terrestre supposé galiléen,
$\sum\vec{F} = m\vec{a}$ soit $\vec{P} + \vec{F} = m\vec{a}$.
Les forces appliquées étant verticales $a_x = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
Par projection des vecteurs sur un axe vertical descendant, on obtient $P - F = m \times a_y$.

On a alors $a_y = \dfrac{m \times g - F}{m}$ ou $a_y = g - \dfrac{F}{m}$;

$a_y = 9{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} - \dfrac{5{,}0 \times 10^{-2}\ \text{N}}{46 \times 10^{-3}\ \text{kg}}$

$a_y = 8{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$. Or $a = \sqrt{(a_y)^2} = |a_y|$ soit $a = 8{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

4. La balle touche le sol à la distance $D = \dfrac{v_0^2 \times \sin 2\theta}{a}$.

$D = \dfrac{(76\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1})^2 \times \sin(2 \times 11°)}{8{,}7\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}}$ soit $D = 2{,}5 \times 10^2$ m.

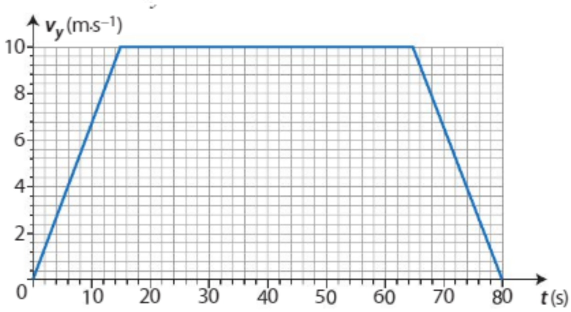
La distance D est bien voisine des 250 mètres annoncés dans le texte introductif.

Remarque : on peut noter que F a pour valeur $5{,}0 \times 10^{-2}$ N alors que $P = m \times g$ vaut environ 45×10^{-2} N.
La somme vectorielle des forces n'est pas nulle : le mouvement est accéléré, la trajectoire est alors parabolique mais la vitesse initiale est tellement grande que la toute première partie de la trajectoire est « tendue ». L'arc est alors assimilable à une droite qui est parcouru à vitesse de valeur quasi constante (elle décroît cependant tout au long de l'ascension de la balle).

25 La cabine d'ascenseur

Exploiter un graphique ; mobiliser et organiser ses connaissances.

À Dubaï, le Bürj Khalifa, plus haut gratte-ciel du monde, est équipé d'un ascenseur pouvant se déplacer à 40 km·h^{-1}. Le graphique ci-après donne l'évolution de la coordonnée verticale v_y de la vitesse d'un ascenseur en fonction du temps.
L'axe vertical Oy est ascendant.

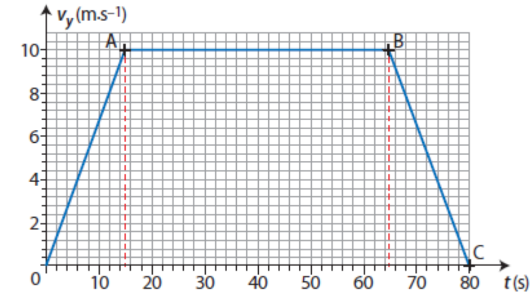


1. Calculer la coordonnée a_y de l'accélération de la cabine d'ascenseur pendant chaque phase du mouvement.

2. a. Une personne de masse $m = 70$ kg se trouve dans la cabine. Établir l'inventaire des forces s'exerçant sur elle.
b. Par application de la deuxième loi de Newton, déterminer la valeur de la force $\vec{R}$ exercée par le sol de l'ascenseur sur la personne lors de chaque phase.
c. Quel sera à chaque fois le ressenti de la personne ?

Donnée
Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

25 La cabine d'ascenseur



1. Pour chacune des phases, le vecteur accélération correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe $v_y = f(t)$.
• **Première phase**, pour t allant de 0 s à 15 s :
$a_y = \dfrac{v_A - 0}{t_A - 0}$ soit $a_y = \dfrac{10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{15\ \text{s} - 0\ \text{s}}$; $a_y = 0{,}67\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
• **Deuxième phase**, pour t allant de 15 s à 65 s : $a_y = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
• **Troisième phase**, pour t allant de 65 s à 80 s :
$a_y = \dfrac{v_C - v_B}{t_C - t_B}$ soit $a_y = \dfrac{0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1} - 10\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{80\ \text{m} - 65\ \text{m}}$; $a_y = -0{,}67\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

2. a. La personne debout dans l'ascenseur est soumise à deux forces :
– $\vec{R}$, l'action du support (plancher de la cabine) ;
– $\vec{P}$, le poids de la personne.
Ces forces ont même direction mais sont de sens opposés.
b. On projette les vecteurs force sur un axe vertical ascendant.
• **Première phase :**
$R - P = m \times a_y$ donc $R = m \times (g + a_y)$
$R = 70\ \text{kg} \times (9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} + 0{,}67\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})$
soit $R = 7{,}3 \times 10^2$ N.

• **Deuxième phase :**
$R - P = 0$ donc $R = P = m \times g$
$R = 70\ \text{kg} \times 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$ soit $R = 6{,}9 \times 10^2$ N.
• **Troisième phase :**
$R - P = m \times a_y$ donc $R = m \times (g + a_y)$
$R = 70\ \text{kg} \times (9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} - 0{,}67\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2})$
soit $R = 6{,}4 \times 10^2$ N.

c. • **Première phase :**
La personne reste en équilibre relatif par rapport à la cabine. Si elle était sur un pèse-personne, l'action de ses pieds sur la « balance » serait égale et opposée à l'action de ce support sur ses pieds qui représente l'action $\vec{R}$ du support (troisième loi de Newton relative aux interactions).
Comme $R > P$, le pèse-personne indiquerait un poids apparent $P_{app} = R > P$! La personne a l'impression que son « poids » a augmenté ! On ressent comme un « écrasement ».
• **Deuxième phase :**
Rien ne différencie cette phase d'un repos. Pas de modification de perception ressentie.
• **Troisième phase :**
On obtient dans cette situation $P_{app} = R < P$: la personne a l'impression que son poids a diminué. Elle semble être soulevée.

26 L'expérience de Millikan

Mobiliser et organiser ses connaissances.

Pour déterminer la charge de l'électron, l'Américain Robert MILLIKAN a réalisé l'expérience suivante, qui lui valut le prix Nobel de physique en 1923.
Un pulvérisateur produit un nuage de gouttelettes d'huile

chargées négativement. Ces gouttelettes tombent, sous l'effet de leur poids, dans une zone où règne un champ électrique $\vec{E}$ uniforme, vertical et dirigé vers le bas.
Pour maintenir en équilibre une gouttelette de rayon $r = 2{,}0\ \mu m$, R. MILLIKAN a appliqué un champ électrique de valeur $E = 1{,}83 \times 10^5\ N \cdot C^{-1}$.

1. Déterminer les caractéristiques (direction, sens et valeur) de la force électrique $\vec{F}$ à laquelle est soumise la gouttelette.

2. Effectuer l'inventaire des forces qui s'exercent sur la gouttelette d'huile assimilée à un point matériel.

3. Caractériser l'accélération de la gouttelette maintenue en équilibre.

4. Déterminer la charge électrique q de la gouttelette.

5. Cette charge q étant due à un excès de 10 électrons, déterminer la charge de l'électron.

Données
- Masse volumique de l'huile : $\rho = 890\ kg \cdot m^{-3}$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$.
- Volume d'une sphère de rayon r : $V = \frac{4}{3}\pi \times r^3$.

26 L'expérience de Millikan

1. $\vec{F} = q\vec{E}$.
$q < 0$, donc $\vec{F}$ et $\vec{E}$ sont deux vecteurs colinéaires et de sens opposés. La force électrique est donc verticale et orientée vers le haut.
2. Dans un référentiel terrestre supposé galiléen, le système {gouttelette} à l'équilibre est soumise à deux forces, son poids $\vec{P}$, force verticale orientée vers le bas et la force électrique $\vec{F}$.
3. La gouttelette est en équilibre, donc son accélération est égale au vecteur nul : $\vec{a} = \vec{0}$.
4. D'après la deuxième loi de Newton appliquée à la gouttelette, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ avec m la masse de la gouttelette et $\vec{a} = \vec{0}$.
Il vient $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

On en déduit : $\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$.

On projette les vecteurs force sur un axe vertical dirigé vers le bas : $P - F = 0$ soit $P = F$.

Il vient donc $m \times g = |q| \times E$ soit $|q| = \dfrac{m \times g}{E}$.

Or $m = \rho \times V = \frac{4}{3}\rho \times \pi \times r^3$, on obtient finalement :

$$|q| = \frac{4 \times \rho \times \pi \times r^3 \times g}{3E}.$$

$$|q| = \frac{4 \times 890\ kg \cdot m^{-3} \times \pi \times (2{,}0 \times 10^{-6}\ m)^3 \times 9{,}81\ m \cdot s^{-2}}{3 \times 1{,}83 \times 10^5\ N \cdot C^{-1}}$$

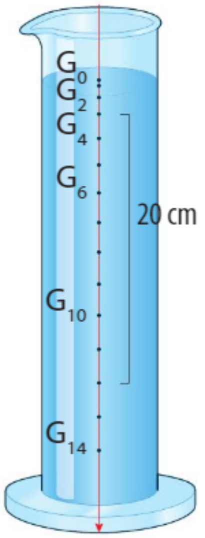
$|q| = 1{,}6 \times 10^{-18}$ C.

5. La charge q est due à un excès de 10 électrons :

$|q| = 10e$ donc $e = \dfrac{|q|}{10}$ soit $e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C.

27 Chute dans un fluide

Extraire et organiser l'information ; construire des vecteurs.



Un objet (masse $m = 3{,}80 \times 10^{-3}$ kg et volume $V = 2{,}10 \times 10^{-6}\ m^3$) est lâché sans vitesse initiale dans un liquide de masse volumique $\rho = 1\,240\ kg \cdot m^{-3}$.
Sa chute est filmée avec une webcam puis analysée à l'aide d'un logiciel adapté. Le schéma ci-contre montre l'ensemble des positions successives occupées par le centre de masse G de l'objet à intervalles de temps réguliers : $\tau = 0{,}050$ s.
Les frottements du fluide sur l'objet sont modélisés par une force $\vec{f}$ opposée au vecteur vitesse $\vec{v}$ et de valeur proportionnelle à v.

1. Reproduire le schéma ci-dessus ou utiliser le document fourni et calculer la valeur des vitesses en G_3 et G_4.
Tracer sur le schéma les vecteurs vitesse en ces positions avec l'échelle 1 cm $\leftrightarrow$ $0{,}20\ m \cdot s^{-1}$.

2. Calculer la valeur a_4 de l'accélération en G_4, puis tracer le vecteur accélération en cette position avec l'échelle 1 cm $\leftrightarrow$ $0{,}50\ m \cdot s^{-2}$.

3. Calculer la valeur de la poussée d'Archimède $\vec{F}_P$ et la comparer à celle du poids de l'objet.

4. Représenter les forces exercées sur l'objet sans souci d'échelle.

5. Déterminer la valeur f de la force de frottement qui s'exerce sur l'objet.

Données
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ m \cdot s^{-2}$.
- Caractéristiques de la poussée d'Archimède exercée par un fluide sur un objet complètement immergé dans ce fluide : force verticale, vers le haut, de valeur $F_P = \rho_{fluide} \times V_{objet} \times g$.

27 Chute dans un fluide

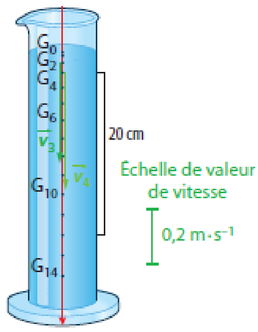
1. La valeur de la vitesse en G_3 est donnée par $v_3 = \dfrac{G_3G_4}{\Delta t}$

et en G_4 par $v_4 = \dfrac{G_4G_5}{\Delta t}$.

Graphiquement, et en utilisant l'échelle fournie, on mesure : $G_3G_4 = 1{,}8$ cm et $G_4G_5 = 2{,}1$ cm.

$$v_3 = \frac{1{,}8 \times 10^{-2}\ m}{0{,}050\ s} = 0{,}36\ m \cdot s^{-1} ;$$

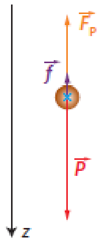
$$v_4 = \frac{2{,}1 \times 10^{-2}\ m}{0{,}050\ s} = 0{,}42\ m \cdot s^{-1}.$$



2. Pour construire en G_4 le vecteur accélération $\vec{a}_4$, on construit dans un premier temps le vecteur variation de vitesse $(\Delta\vec{v})_{3\to4}$.
Pour cela :
– reporter le vecteur $-\vec{v}_3$ à l'extrémité de $\vec{v}_4$;
– construire le vecteur qui a pour origine G_4 et pour extrémité $-\vec{v}_3$.
On mesure sur la figure en tenant compte de l'échelle :
$(\Delta v)_{3\to4} = 0{,}06\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.
La valeur du vecteur $\vec{a}_4$ est donnée par $a_4 = \dfrac{(\Delta v)_{3\to4}}{\Delta t}$.
$a_4 = \dfrac{0{,}06\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{0{,}050\ \text{s}}$ soit $a_4 = 1\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
Ce vecteur sera représenté par un segment fléché vertical et orienté vers le bas, 2 fois plus long que le segment d'échelle des valeurs d'accélération.

3. Valeur de la poussée d'Archimède :
$F_P = \rho_{\text{fluide}} \times g \times V$.
$F_P = 1\,240\ \text{kg}\cdot\text{m}^{-3} \times 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \times 2{,}10 \times 10^{-6}\ \text{m}^3$.
Soit $F_P = 2{,}55 \times 10^{-2}$ N.
Valeur du poids : $P = m \times g$.
$P = 3{,}80 \times 10^{-3}\ \text{kg} \times 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.
Soit $P = 3{,}73 \times 10^{-2}$ N.
La valeur du poids est supérieure à celle de la poussée d'Archimède, donc le système ne flotte pas, mais les deux forces sont du même ordre de grandeur. La poussée d'Archimède n'est pas négligeable.

4. Dans un référentiel terrestre galiléen, les forces appliquées au système {bille} sont :
– son poids $\vec{P}$;
– la poussée d'Archimède $\vec{F}_P$;
– les forces de frottements du fluide $\vec{f}$.

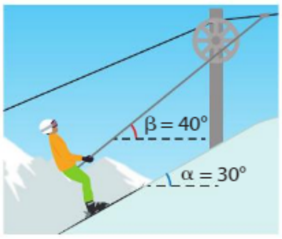


5. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum\vec{F} = m\vec{a}$.
Soit $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_P = m\vec{a}$.
On projette les vecteurs force sur un axe vertical orienté vers le bas. On obtient alors : $P - f - F_P = m \times a$.
$f = P - F_P - m \times a$.
On obtient $f = 7{,}2 \times 10^{-3}$ N.

28 Le téléski

Mobiliser et organiser ses connaissances ; effectuer des calculs.

Une skieuse de masse $m = 60$ kg est accrochée à la perche d'un téléski et se déplace avec une vitesse de valeur constante. Le téléski exerce sur la skieuse une force constante $\vec{F}$ dans l'axe de la perche. Les forces de frottement exercées par l'air et par la neige sont négligées.



1. Établir l'inventaire des forces exercées sur la skieuse et représenter l'ensemble de ces forces sans souci d'échelle au centre de masse G de la skieuse.

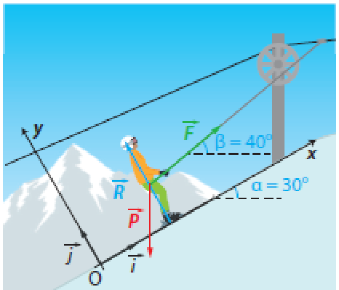
2. Exprimer les coordonnées de chacune des forces dans un repère cartésien $(O\ ;\vec{i},\vec{j})$ dont l'axe Ox est parallèle à la pente.

3. Calculer la valeur F de la force exercée par la perche sur la skieuse.

Donnée
Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

28 Le téléski

1. Les forces agissant sur le système {skieuse} sont :
– son poids $\vec{P}$;
– la réaction normale du support $\vec{R}$;
– la force de traction exercée par la perche $\vec{F}$.



2. $\vec{P}\begin{cases} P_x = -m \times g \times \sin\alpha \\ P_y = -m \times g \times \cos\alpha \end{cases}$;

$\vec{R}\begin{cases} R_x = 0 \\ R_y = R \end{cases}$;

$\vec{F}\begin{cases} F_x = F \times \cos(\beta - \alpha) \\ F_y = F \times \sin(\beta - \alpha) \end{cases}$.

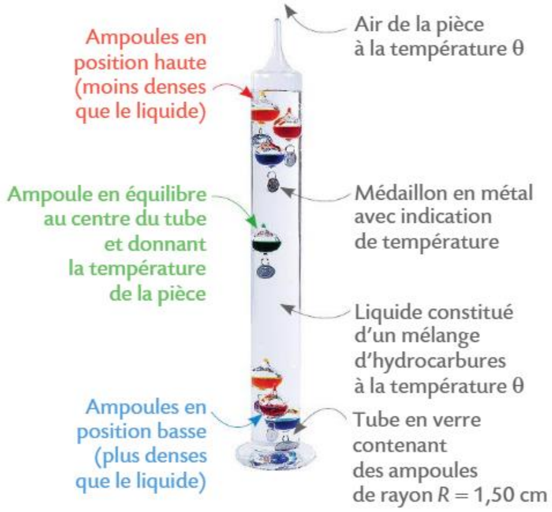
3. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum\vec{F} = m\vec{a}_G$.
En supposant la trajectoire du skieur rectiligne, le mouvement de son centre de masse est rectiligne uniforme, $\vec{a}_G = \vec{0}$.
La deuxième loi conduit donc à $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = \vec{0}$.
Par projection sur chacun des axes du repère $(O\ ;\vec{i},\vec{j})$:
$P_x + R_x + F_x = 0$ et $P_y + R_y + F_y = 0$.
Il vient :
$0 - m \times g \times \sin\alpha + 0 + F \times \cos(\beta - \alpha) = 0$
$-m \times g \times \cos\alpha + R + F \times \sin(\beta - \alpha) = 0$.
De la première égalité, on peut écrire :
$$F = \frac{m \times g \times \sin\alpha}{\cos(\beta - \alpha)}$$
donc $F = \dfrac{60\ \text{kg} \times 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \times \sin(30°)}{\cos(10°)}$
soit $F = 3{,}0 \times 10^2$ N.

29 Le thermomètre de Galilée

30 min

Faire un schéma adapté ; effectuer des calculs ; faire preuve d'esprit critique.

Le liquide d'un thermomètre de Galilée a une masse volumique $\rho_\ell(\theta)$ qui décroît lorsque sa température augmente.



Partie I Étude théorique du mouvement

Le liquide du thermomètre est à 18 °C ; à cette température, l'ampoule portant le médaillon « 18 °C », de 12,0 g et de volume V, flotte. On chauffe le liquide jusqu'à 20 °C, l'ampoule descend alors dans le tube.

On prend pour origine des dates ($t = 0$ s) l'instant où l'ampoule se met en mouvement.

On modélise la valeur f de la force de frottement fluide exercée par le liquide sur l'ampoule par $f = k \times v_G$, avec v_G la valeur de la vitesse du centre de masse de l'ampoule et k le coefficient de frottement. On définit un axe Oy dirigé vers le bas dont l'origine O coïncide avec le centre de masse de l'ampoule portant le médaillon « 18 °C » à la date $t = 0$ s.

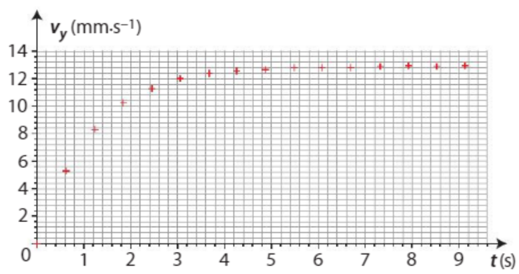
1. Représenter, sans souci d'échelle mais de façon cohérente, les forces s'exerçant sur l'ampoule en mouvement.

2. Montrer que les valeurs a_G de l'accélération et v_G de la vitesse de G sont liées par $a_G = A - B \times v_G$. Exprimer A et B en fonction de m, g, k, $\rho_\ell(\theta)$ et V. Utiliser le réflexe 3

3. Calculer A et B.

Partie II Étude expérimentale du mouvement

Une capture vidéo permet d'obtenir la courbe ci-dessous.



1. Justifier que l'ampoule atteint une vitesse de valeur constante v_ℓ et la déterminer.

2. Montrer que $v_\ell = \dfrac{A}{B}$. Utiliser le réflexe 1

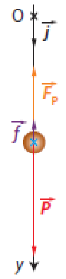
Données

- Volume de l'ampoule : $V = \dfrac{4}{3}\pi \times R^3$.
- Masse volumique du liquide à 20 °C : $\rho_\ell = 848 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.
- Coefficient de frottement : $k = 8{,}8 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$.
- Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

29 Le thermomètre de Galilée

Partie I

1. Schéma des forces qui s'exercent sur l'ampoule en mouvement :



2. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$. Il vient $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_P = m \times \vec{a}_G$.

On projette ces vecteurs sur l'axe vertical orienté vers le bas :

$P - f - F_P = m \times a_G$.

D'où $m \times g - k \times v_G - \rho_\ell \times V \times g = m \times a_G$.

Comme $V = \dfrac{4}{3}\pi \times R^3$, il vient :

$m \times g - k \times v_G - \rho_\ell \times \dfrac{4}{3}\pi \times R^3 \times g = m \times a_G$.

Par simplification, on obtient :

$$a_G = g \times \left(1 - \frac{4\rho_\ell \times \pi \times R^3}{3m}\right) - \frac{k}{m} v_G.$$

On identifie cette relation avec celle $a_G = A - B \times v_G$ de l'énoncé :

$$A = g \times \left(1 - \frac{4\rho_\ell \times \pi \times R^3}{3m}\right) \text{ et } B = \frac{k}{m}.$$

3. *Applications numériques :*

$$A = 9{,}81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \times \left(1 - \frac{4 \times 848 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} \times \pi \times \left(1{,}50 \times 10^{-2} \text{ m}\right)^3}{3 \times 12{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg}}\right)$$

$A = 9{,}55 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;

$$B = \frac{8{,}8 \times 10^{-3} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}}{12{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg}}.$$

$B = 0{,}73 \text{ s}^{-1}$.

Remarque : l'accélération étant verticale, dirigée vers le bas, on peut confondre a_y et a_G.

Partie II

La représentation graphique de la valeur de la vitesse montre qu'il y a une asymptote horizontale donc l'existence d'une vitesse limite. On relève comme valeur asymptotique $v_\ell = 13 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$.

Complément

Physiquement, ce profil traduit le fait que l'accélération décroît puis devient nulle : les forces de frottement fluide augmentent avec la valeur de la vitesse jusqu'à ce que, cumulée avec la poussée d'Archimède, il y ait compensation exacte du poids. La somme des forces est alors nulle et le mouvement devient rectiligne et uniforme.

2. On a obtenu comme expression de la valeur de l'accélération : $a_G = A - B \times v_G$.

Le vecteur accélération de G à la date t est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt}$.

Quand la vitesse limite est atteinte, $\vec{v}_G = \overrightarrow{\text{cste}}$

et donc $\vec{a}_G = \dfrac{d\vec{v}_G}{dt} = \vec{0}$.

On obtient donc $a_G = A - B \times v_\ell = 0$ soit $v_\ell = \dfrac{A}{B}$.

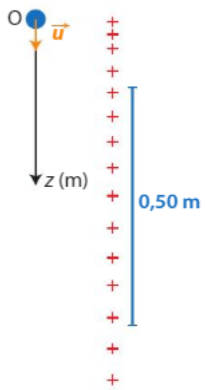
$v_\ell = \dfrac{9{,}55 \times 10^{-2} \text{ m}\cdot\text{s}^{2}}{0{,}73 \text{ s}^{-1}}$ soit $v_\ell = 13 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui est en accord avec les mesures de la question **1**.

Préparation à l'ECE

L'huile utilisée dans les moteurs de voitures permet de limiter les frottements entre les pièces.
Une des grandeurs caractéristiques d'une huile pour moteur est sa viscosité η.
Un groupe d'élèves dispose d'un bidon d'huile dont l'étiquette a été arrachée.
L'objectif de cet exercice est de déterminer la viscosité de l'huile contenue dans le bidon.

A Protocole de mesure de la viscosité

On filme la chute d'une bille de rayon R dans un tube vertical rempli de l'huile à analyser.
Les positions de la bille sont repérées sur un axe vertical (Oz) orienté vers le bas, muni d'un vecteur unitaire $\vec{u}$.
L'intervalle de temps entre deux images consécutives est $\tau = 400$ ms.



B Résultats et données utiles

- Concernant la bille :

rayon $R = 2{,}00$ cm ; masse $m = 35{,}5$ g ;
volume $V = 33{,}5$ cm^3.

- Concernant les forces :

Lors de sa chute dans l'huile, la bille est soumise à :
– la poussée d'Archimède $\vec{F}_p = (\rho_{huile} \times V_{bille} \times g)\,\vec{u}$;
– la force de frottement $\vec{f} = (6\pi \times \eta \times R \times v)\,\vec{u}$.

- Concernant l'huile :

– masse volumique $\rho = 920$ kg·m^{-3} ;
– viscosité de quelques huiles témoins à 20 °C :

	Huile 1	Huile 2	Huile 3
η (Pa·s)	0,088	0,290	0,700

Donnée
Intensité de la pesanteur : $g = 9{,}81$ m·s^{-2}.

1. APP Montrer que la bille atteint une vitesse de valeur constante v_ℓ.

2. RÉA Déterminer la valeur de cette vitesse v_ℓ.

3. ANA-RAIS Par application de la deuxième loi de Newton, montrer que la viscosité de la bille s'exprime par la relation :

$$\eta = \frac{(m - \rho \times V) \times g}{6\pi \times R \times v_\ell}$$

4. VAL Identifier l'huile moteur étudiée.

Préparation à l'ECE

1. Le pointage montre qu'au bout de 3,2 s environ, les espaces parcourus à intervalles de temps réguliers restent constants. Le mouvement est alors uniforme, la bille atteint donc une vitesse limite de valeur v_ℓ constante.

2. Avec l'échelle mentionnée, on mesure pour les trois derniers intervalles de temps une distance parcourue $d = 0{,}20$ m.

On a donc $v_\ell = \dfrac{d}{3\tau}$ donc $v_\ell = \dfrac{0{,}20 \text{ m}}{3 \times 0{,}400 \text{ s}}$ soit $v_\ell = 0{,}17$ m·s^{-1}.

3. La bille est soumise :
– à son poids $\vec{P}$;
– à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p$;
– à la force de frottement $\vec{f}$.

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Soit $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_p = m\vec{a}$.

On projette les vecteurs force sur l'axe vertical (Oz) orienté vers le bas. On obtient alors : $P - f - F_p = m \times a$.

En remplaçant les valeurs des forces par leur expression, on obtient :
$m \times g - 6\pi \times \eta \times R \times v - \rho \times g \times V = m \times a$

Or $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$.

Quand la vitesse limite est atteinte, $\vec{v} = \overrightarrow{\text{cste}}$.

On a donc $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \vec{0}$.

On en déduit :
$m \times g - 6\pi \times \eta \times R \times v_\ell - \rho \times g \times V = 0$

et donc $\eta = \dfrac{(m - \rho \times V) \times g}{6\pi \times R \times v_\ell}$.

$$\eta = \frac{\left(35{,}5 \times 10^{-3} \text{ kg} - 920 \text{ kg·m}^{-3} \times 33{,}5 \times 10^{-6} \text{ m}^3\right) \times 9{,}81 \text{ m·s}^{-2}}{6\pi \times 2{,}00 \times 10^{-2} \text{ m} \times 0{,}17 \text{ m·s}^{-2}}$$

$\eta = 0{,}72$ Pa·s.

Aux incertitudes de mesure près sur la valeur de la vitesse limite, on peut conclure que l'huile utilisée est de l'huile de type 3.